

---

# Mathématiques policières

---

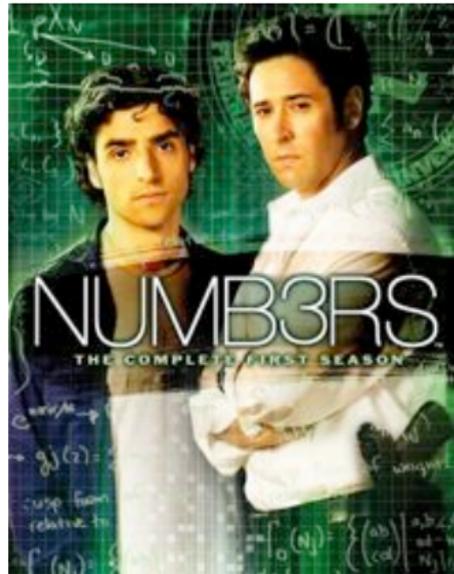
Catherine Choquet



Visite du lycée Fénelon

11 mars 2013 - La Rochelle

la fiction :



et la réalité !



- 1 On sait modéliser des phénomènes physiques grâce à des équations.
- 2 Il est difficile pour le mathématicien de calculer la trajectoire de chaque goutte d'eau.
- 3 Le mathématicien peut localiser la source d'eau connaissant les points d'impacts des gouttes.
- 4 Le mathématicien peut de même déduire de l'emplacement des crimes l'adresse du criminel.



- ① On sait modéliser des phénomènes physiques grâce à des équations.

Oui.

C'est aussi vrai pour des systèmes vivants.

Et *en principe*, c'est aussi vrai pour des comportements humains. **Mais :**

- Nécessite énormément de facteurs et de variables ;
- Difficile de faire un modèle mathématique pour le côté imprévisible de l'être humain. À coupler donc avec des outils de statistiques et de probabilités.



- ① On sait modéliser des phénomènes physiques grâce à des équations.  
Oui.
- ② Il est difficile pour le mathématicien de calculer la trajectoire de chaque goutte d'eau.  
Oui et non.  
Si on connaît précisément toutes les conditions extérieures (vent...), c'est faisable.



- ① On sait modéliser des phénomènes physiques grâce à des équations.  
Oui.
- ② Il est difficile pour le mathématicien de calculer la trajectoire de chaque goutte d'eau.  
Oui et non.
- ③ Le mathématicien peut localiser la source d'eau connaissant les points d'impacts des gouttes.  
Oui et non.

Il y a une marge d'erreur.

Plus on connaît de points d'impact, plus le résultat est précis.



- 1 On sait modéliser des phénomènes physiques grâce à des équations.  
Oui.
- 2 Il est difficile pour le mathématicien de calculer la trajectoire de chaque goutte d'eau.  
Oui et non.
- 3 Le mathématicien peut localiser la source d'eau connaissant les points d'impacts des gouttes.  
Oui et non.
- 4 Le mathématicien peut de même déduire de l'emplacement des crimes l'adresse du criminel.  
Oui et non, au vu de ce qu'on vient de voir ! Ou alors il faudrait beaucoup de crimes...



- Aujourd'hui, l'état américain investit des millions de dollars pour que des chercheurs en mathématiques travaillent pour lui.
- Durant les 60 dernières années (et avant!), on a développé des méthodes mathématiques performantes pour comprendre les phénomènes physiques qui nous entourent.  
On les réinvestit aujourd'hui en criminologie pour :
  - prédire ;
  - à l'inverse, localiser une source ;
  - éviter les délits ;
  - enquêter.

**Aujourd'hui, quelques exemples réels...**



- 1 Réinvestir des techniques développées pour l'écologie :  
**les gangs de L.A.**
- 2 Réinvestir des techniques statistiques :  
**l'adresse du tueur.**
- 3 Réinvestir des techniques développées pour la physique :  
**où placer les forces de police ?**
- 4 Réinvestir des techniques développées pour le numérique :  
**l'affaire du tatouage.**

Et d'autres exemples et démos avec notre spécialiste image après cet exposé...



# Les gangs de L.A.

Les dynamiques de populations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + ax(t) - fx(t)y(t) = 0, \\ \dot{y}(t) - by(t) + gx(t)y(t) = 0. \end{cases}$$

$x(t)$  : nombre de proies au temps  $t$ ,

$y(t)$  : nombre de prédateurs au temps  $t$ ,

$a$  : taux de reproduction des proies,

$f$  : taux de mortalité des proies due aux prédateurs,

$b$  : taux de mortalité des prédateurs,

$g$  : taux de reproduction des prédateurs en fonction du nombre de proies dévorées.



- On ne sait pas calculer les solutions de ces équations.
- Par contre, on sait calculer comment préserver l'équilibre écologique : quotas de pêche.

### Les dynamiques de populations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + ax(t) - fx(t)y(t) = 0, \\ \dot{y}(t) - by(t) + gx(t)y(t) = 0. \end{cases}$$

### Autres applications :

- Épidémiologie et campagnes de vaccination :
- Guerre :

Université de La Rochelle  
Licence Maths L3

Deuxième semestre 2012/2013

### Équations différentielles - TD3 - Études qualitatives...

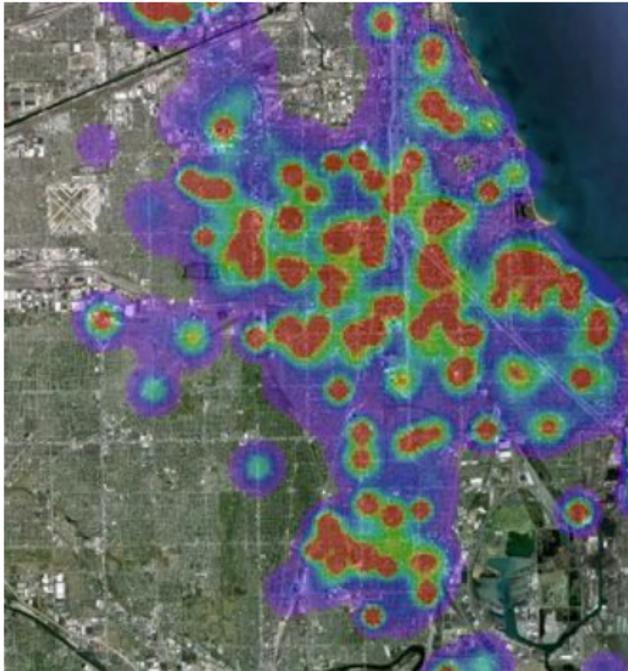
#### Exercice 8

Deux forces armées,  $x$  et  $y$ , guerroient. La force  $x$  est une force conventionnelle et la force  $y$  une force guérilla. Les pertes de la force  $x$  sont donc proportionnelles au nombre de combattants dans la force  $y$ , nombre noté  $y(t)$ . Par contre, les pertes de la force  $y$  sont à la fois proportionnelles au nombre de combattants dans la force  $x$ , nombre noté  $x(t)$ , et à son propre nombre de combattant  $y(t)$ . On a ainsi le modèle d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} x'(t) = -ay(t), \\ y'(t) = -by(t) - cx(t)y(t). \end{cases}$$

1. Trouver les orbites des solutions de ce système lorsque  $a > 0$ ,  $b = 0$  et  $c > 0$ . Recommencer lorsque  $a > 0$ ,  $b > 0$  et  $c > 0$ .
2. Trouver qui gagne la guerre selon les valeurs de  $x(0)$  et  $y(0)$ .

• ...



Interventions suite à des rixes entre gangs, juin-Juillet 2006, Chicago.

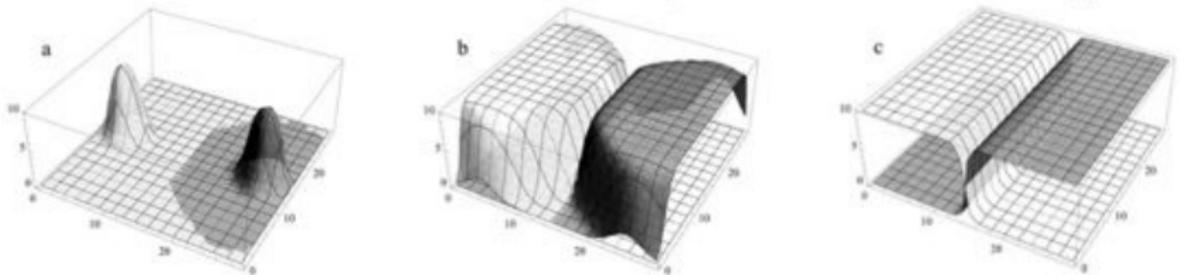


**Préoccupation de la police :** Limiter les rivalités entre gangs.

**Moyen :** Préserver l'équilibre des territoires. Placer plus de forces aux frontières.

**Apport des mathématiques :** utilisation d'un modèle de dynamique de populations pour calculer les frontières des territoires qui préservent l'équilibre.

Un exemple simple : évolution des territoires de deux gangs :



En pratique, on couple ce genre de calculs à un modèle graphique de la ville.



**L'adresse du tueur**



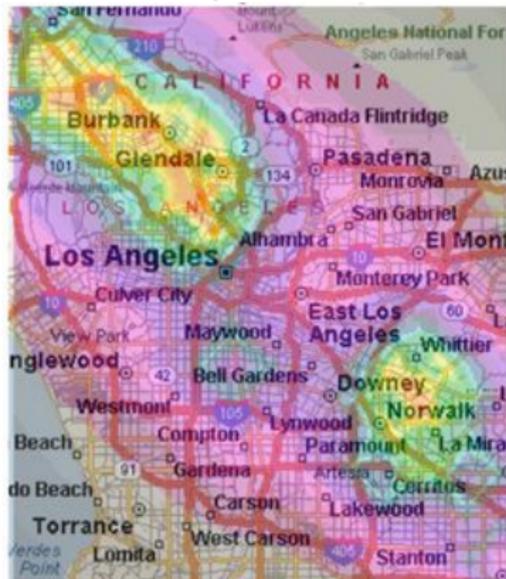
D'après "Numb3rs" : Le mathématicien peut déduire de l'adresse des crimes l'adresse du criminel. **Réaliste ?**

**Méthode intuitive... de la géométrie !**

D'après "Numb3rs" : Le mathématicien peut déduire de l'adresse des crimes l'adresse du criminel. **Réaliste ?**

**Méthode intuitive... de la géométrie !**

Un exemple de résultat :



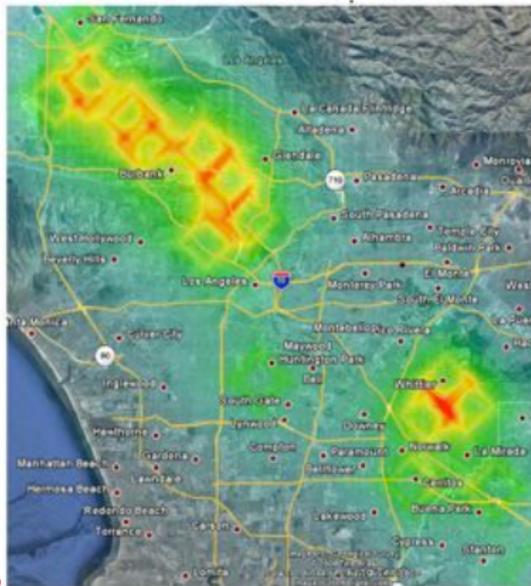
D'après "Numb3rs" : Le mathématicien peut déduire de l'adresse des crimes l'adresse du criminel. Réaliste ?

Méthode intuitive... de la géométrie !

Un exemple de résultat :



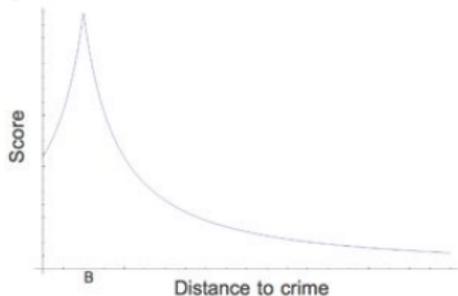
Un exemple de résultat avec plus d'outils mathématiques :



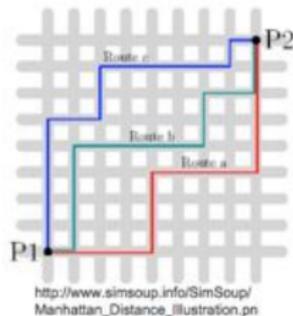
Définition d'une nouvelle géométrie :

les distances sont pondérées par...

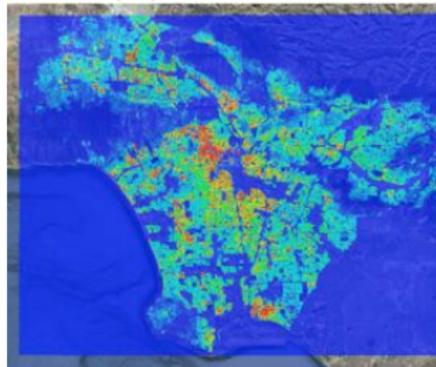
... par la distance au crime :



par le réseau urbain :



par la densité de population :



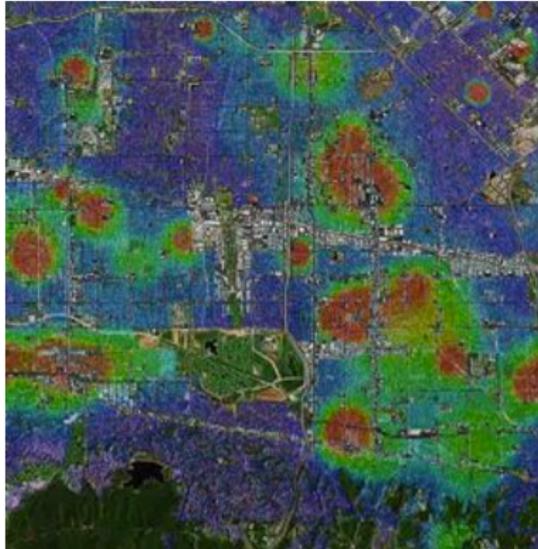


**Où placer les forces de police ?**



# Où placer les forces de police ?

Les faits



Cambriolages, juin-septembre 2003, L.A.

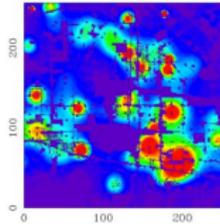


# Où placer les forces de police ?

L'apport des mathématiques

## Les outils mathématiques

Ils sont complexes, inspirés des outils de la physique des particules.



## Les apports

- 1 Reproduction des faits.
- 2 Remédiation.



# L'affaire du tatouage



# L'affaire du tatouage

## Les mathématiques et l'image

Dans votre quotidien :

Les représentations parcimonieuses de données (compression) :

*Fourier*  $\rightarrow$  *JPEG, MP3...*

*Ondelettes*  $\rightarrow$  *JPEG2000 (cinéma numérique)*





# L'affaire du tatouage

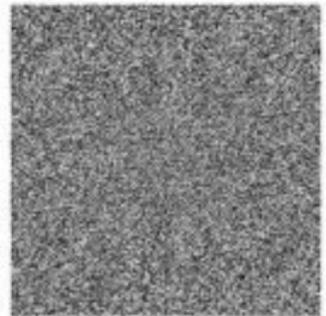
## Les mathématiques et l'image

Qu'est-ce qu'une image ?

Un ensemble de pixels avec une couleur ou un niveau de gris associé à chaque pixel.  
...donc une fonction qui dépend de deux variables, la position et la couleur.

Qu'est-ce qu'une image floue ?

Les pixels se sont "mélangés" !





# L'affaire du tatouage

## Les mathématiques et l'image

Qu'est-ce qu'une image ?

Un ensemble de pixels avec une couleur ou un niveau de gris associé à chaque pixel.  
...donc une fonction qui dépend de deux variables, la position et la couleur.

Qu'est-ce qu'une image floue ?

Les pixels se sont "mélangés" !



Le modèle physique de mélange le plus simple :  
**la diffusion :**

$$\partial_t u - \Delta u = f.$$

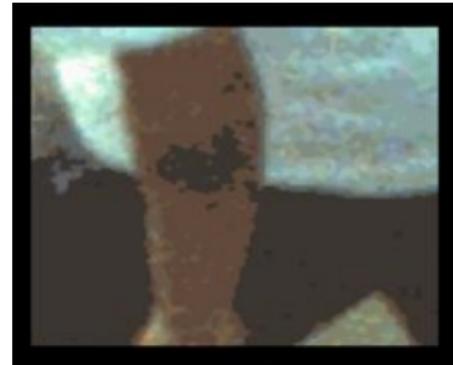
- Résolution connue.
- Problème :  
Irréversibilité du temps.

### L'affaire Reginald Denny

En 1992, pendant les émeutes de Los Angeles, un chauffeur routier fut agressé et roué de coups par quatre hommes.

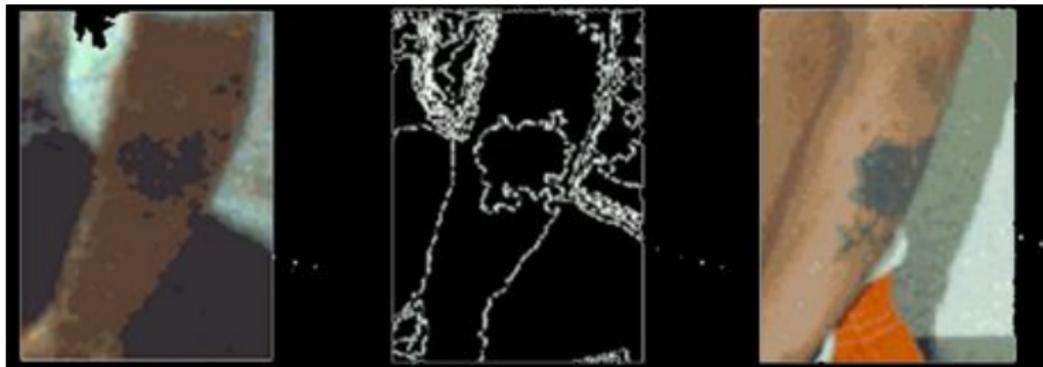
Il est aujourd'hui gravement handicapé.

**Le seul indice : une surveillance vidéo :**



Identification du suspect : Damian Monroe :

grâce à son tatouage en forme de rose.



L. Rudin & S. Osher



### Débruitage des plaques d'immatriculation





<http://paleo.sscnet.ucla.edu/ucmasc.htm>

[http://www.ehow.com/about\\_5339888\\_use-math-crime-scene-investigations.html](http://www.ehow.com/about_5339888_use-math-crime-scene-investigations.html)

<http://plus.maths.org/content/crime-fighting-maths>

[http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=6061179&abstractAccess=no&userType=inst](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=6061179&abstractAccess=no&userType=inst)

<http://www.lps.ens.fr/nadal/articles/hotspots.pdf>

<http://www.mitacs.ca/events/images/stories/focusperiods/social-presentations/glaesser-mitacs.pdf>

<http://infoscience.epfl.ch/record/167689/files/report.pdf>